

# Die Schicht unterhalb von GSM/UMTS, DSL, WLAN & DVB

Wie kommen die Bits überhaupt vom  
Sender zum Empfänger?

(und welche Mathematik steckt dahinter)

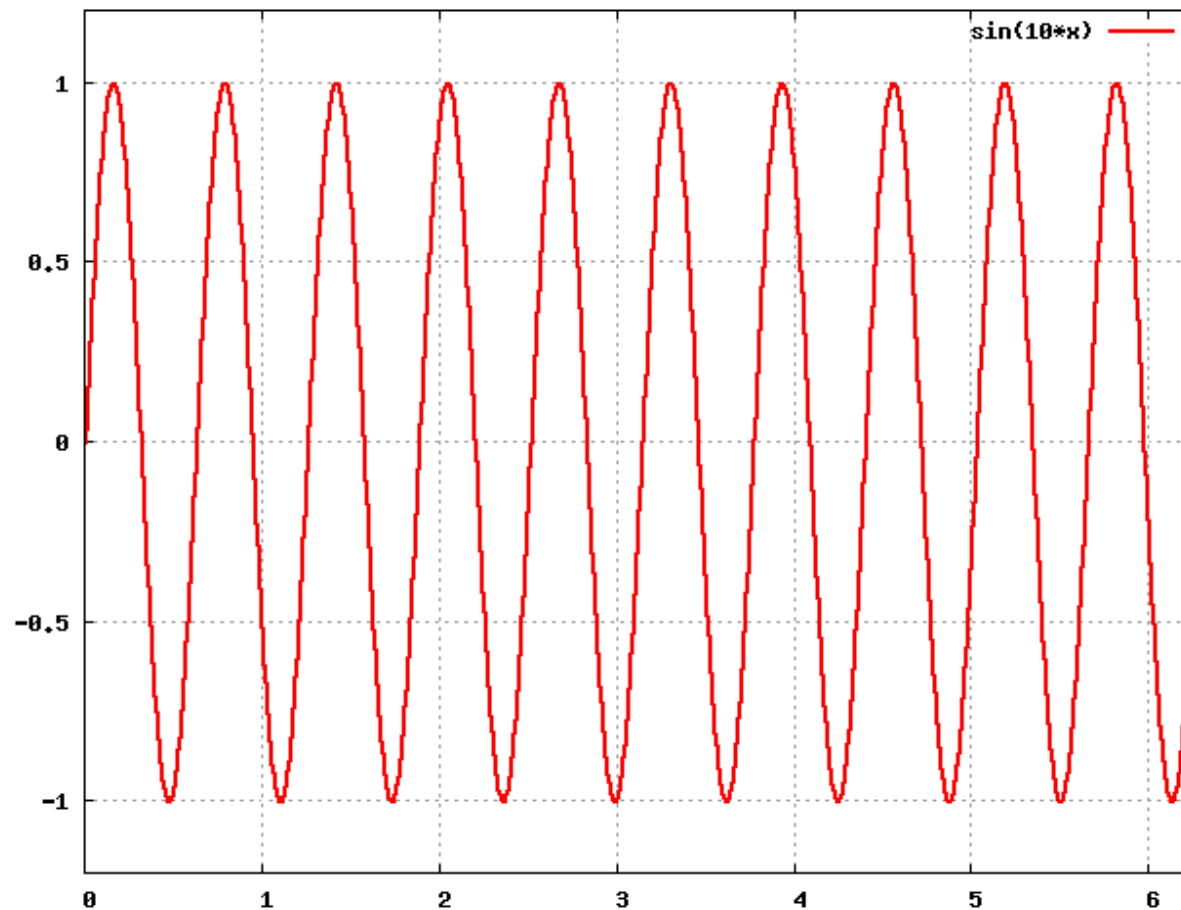
- **Grundlagen**
  - **Was heißt „modulieren“ eigentlich?**
  - **Wie kommt man zur digitalen Modulation?**
  - **Basisband, Sendefrequenz & Mischen**
  - **Auswirkungen der Datenrate auf die Bandbreite**
  
- **Die unterschiedlichen Modulations-Verfahren einiger bekannter Datendienste**



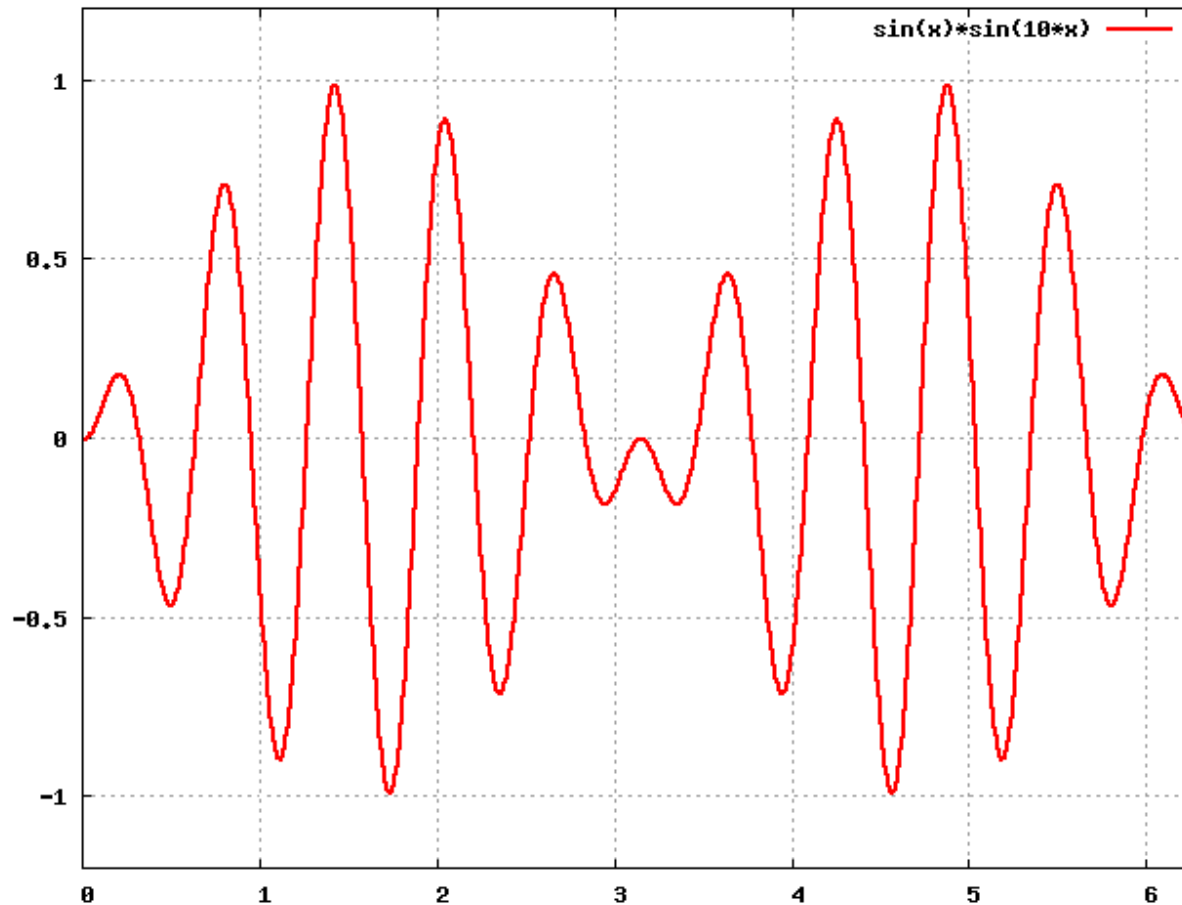
**Die einfachste denkbare digitale Modulationsart...**

- **zweistufige Amplitudenumtastung**
- **redundanzoptimiertes Alphabet mit Fehlerkorrektur**
- **maximale Energieausbeute**

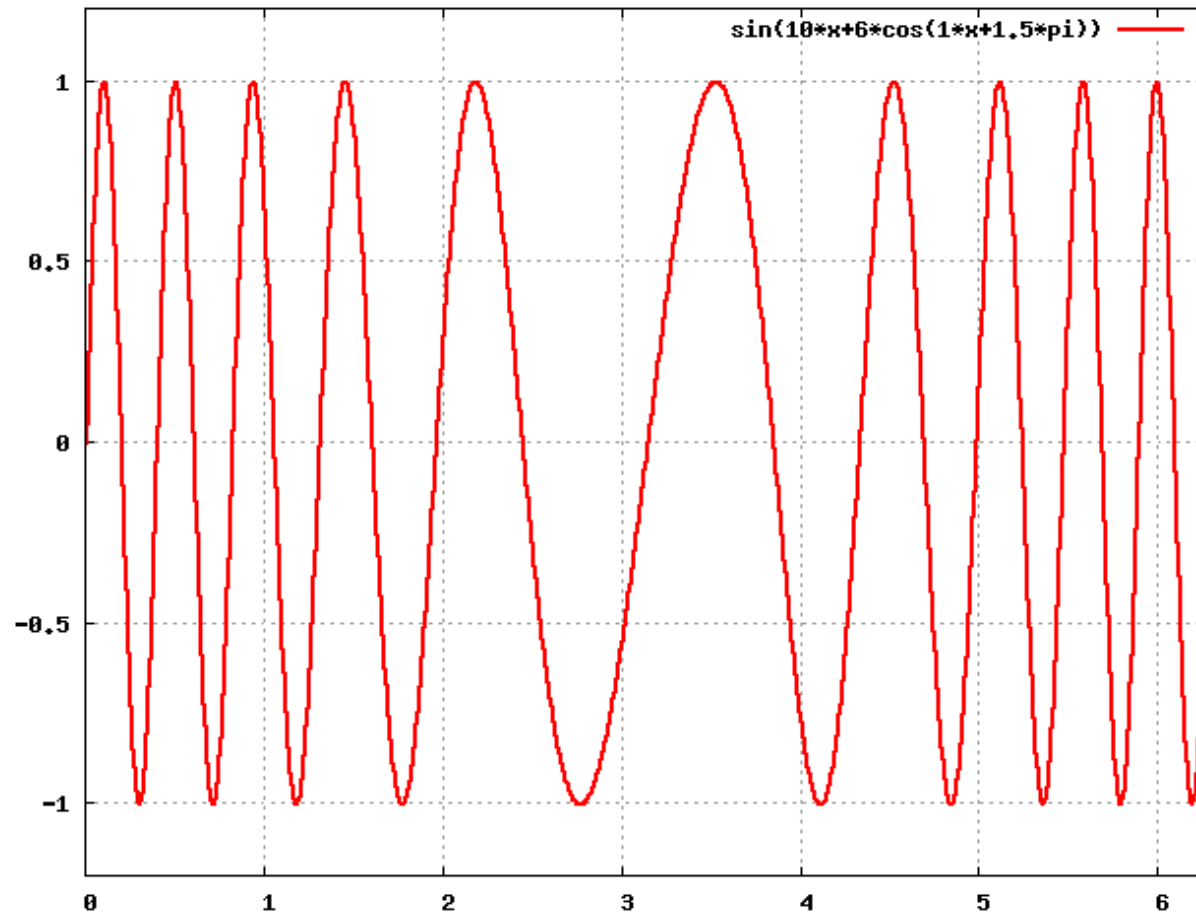
Was kann man mit einer periodischen Schwingung tun, um Information zu übertragen?



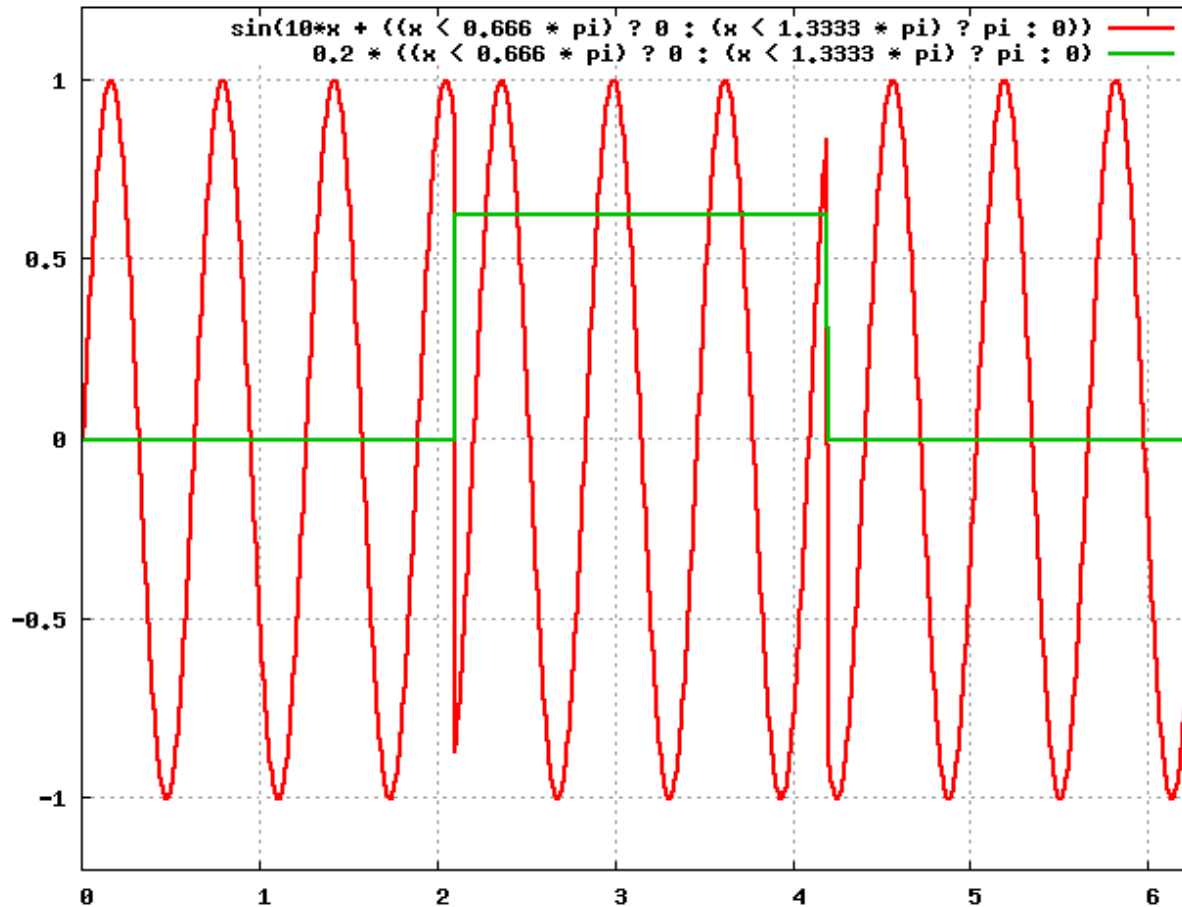
...man kann die Amplitude verändern...



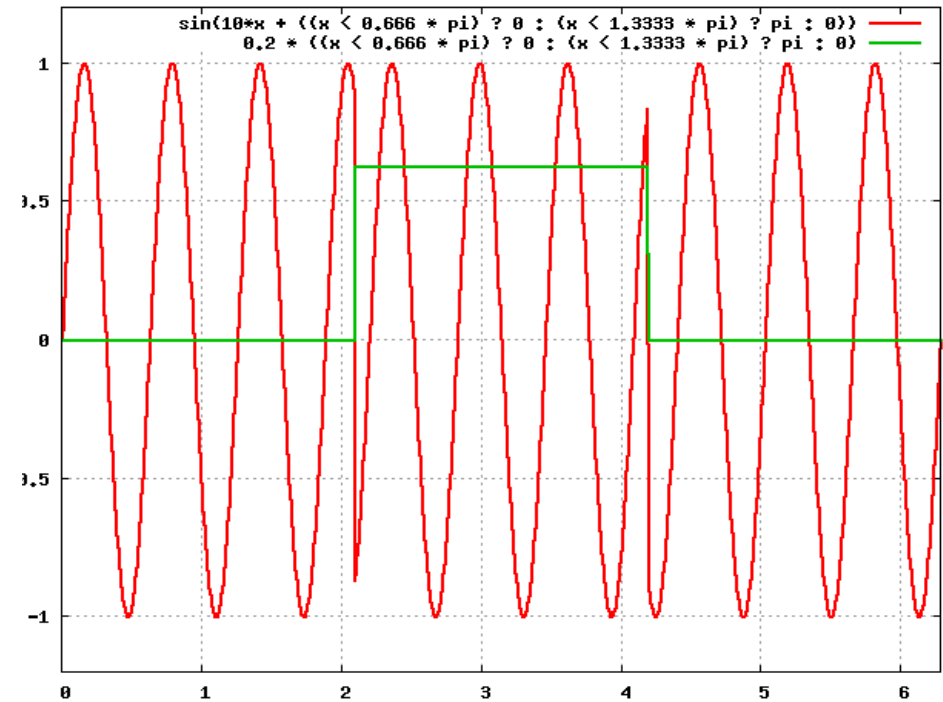
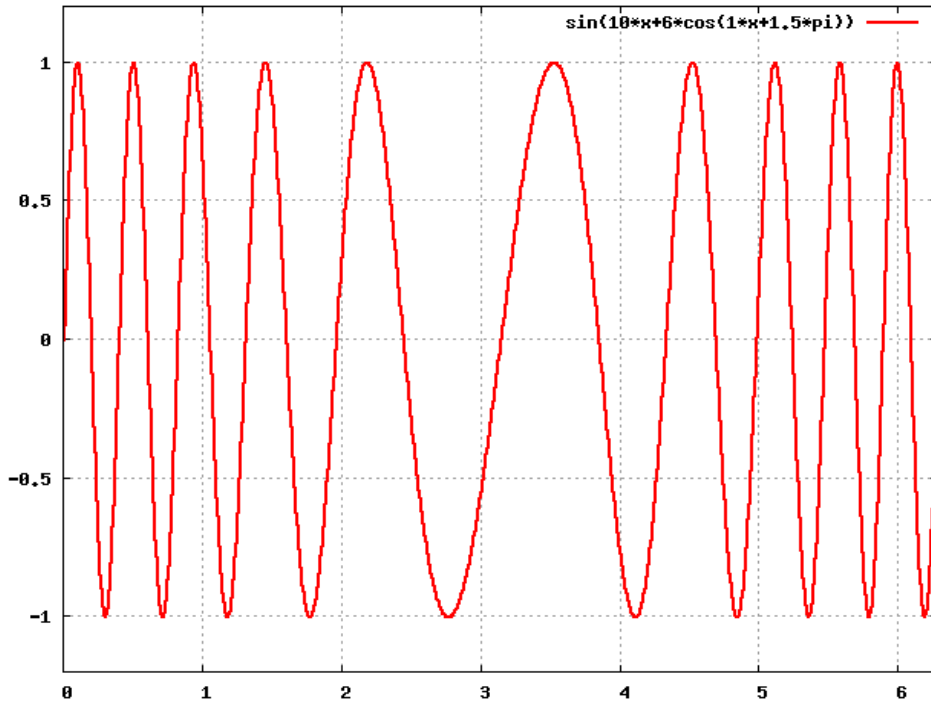
...oder Frequenz verändern...



...oder an der Phase herumdrehen...



### Wichtig: Phase und Frequenz beeinflussen sich!



**Das „Zurückschieben“ der Phase ergibt eine höhere Frequenz!**

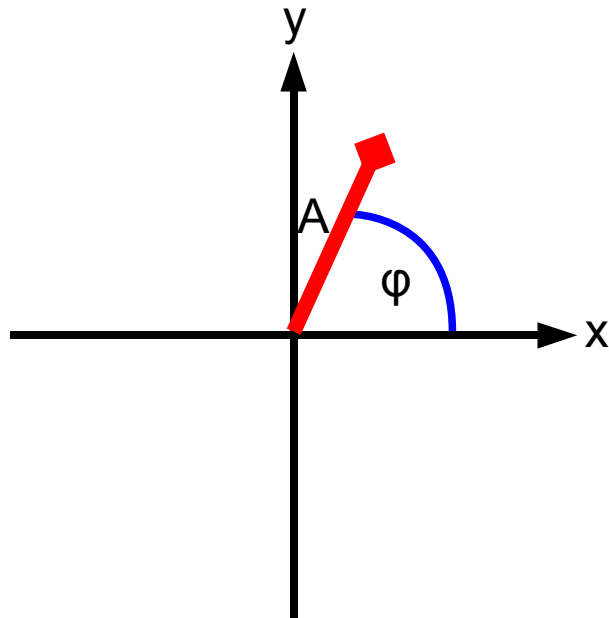
**Das „Vorschieben“ der Phase ergibt eine niedrigere Frequenz!**



**Folgende Modulationen sind also gleichzeitig möglich:**

- **Amplitude-Modulation**
- **Phasen-Modulation**

**Nachdem die Modulation zweidimensional ist, bietet es sich an, die Zustände in einer Ebene darzustellen:**



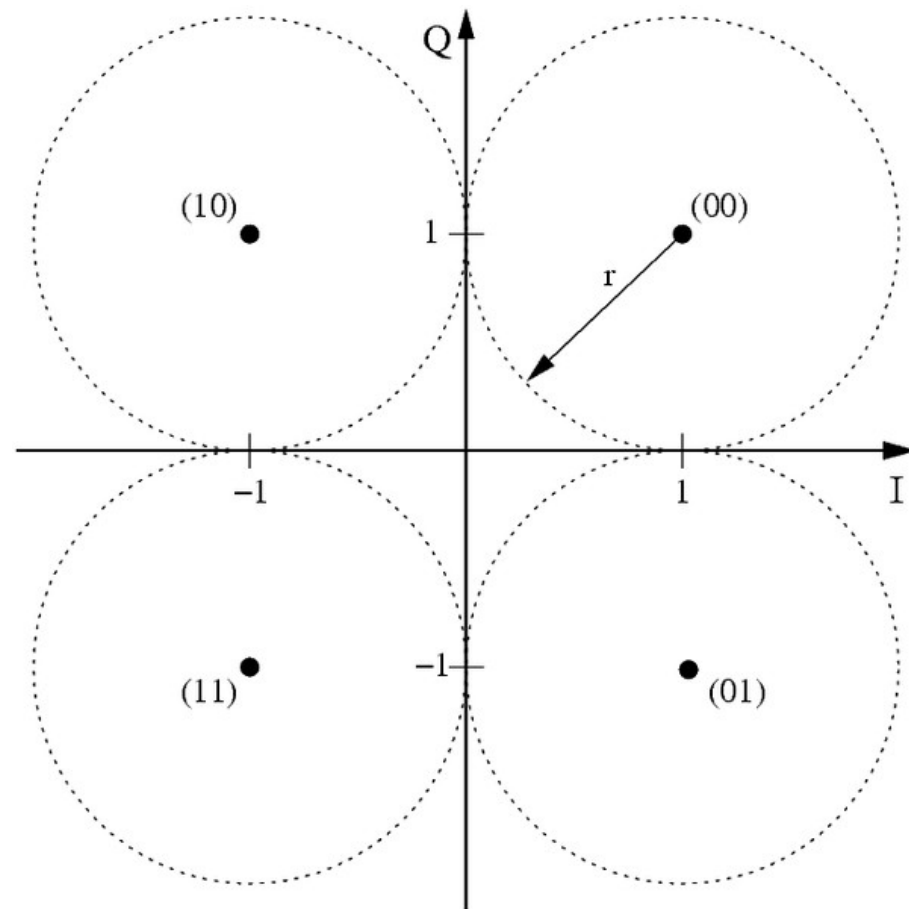
$$x = A \cdot \cos(\varphi)$$

$$y = A \cdot \sin(\varphi)$$

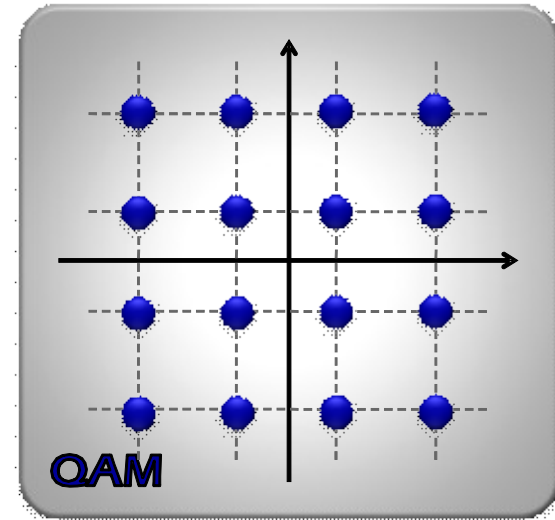
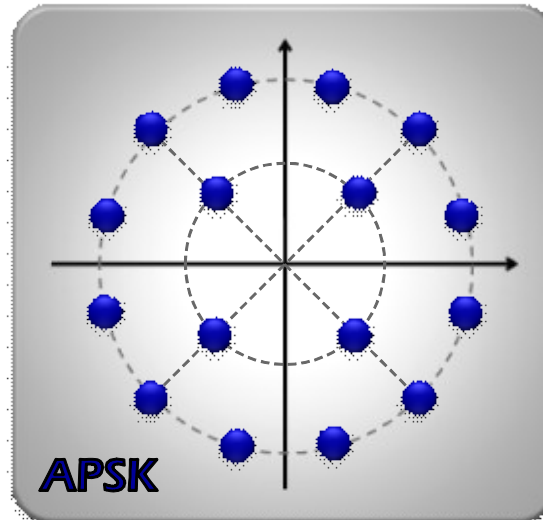
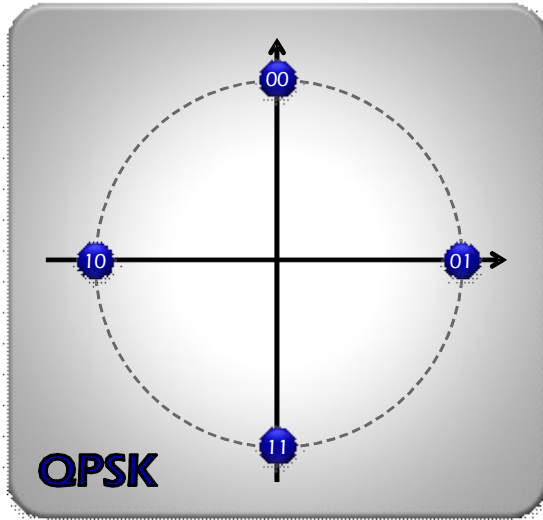
$$A = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

Unterschiedliche Bits können also als „Konstellationen“ in der Ebene dargestellt werden:



**x und y werden nicht verwendet, sondern I und Q genannt!**

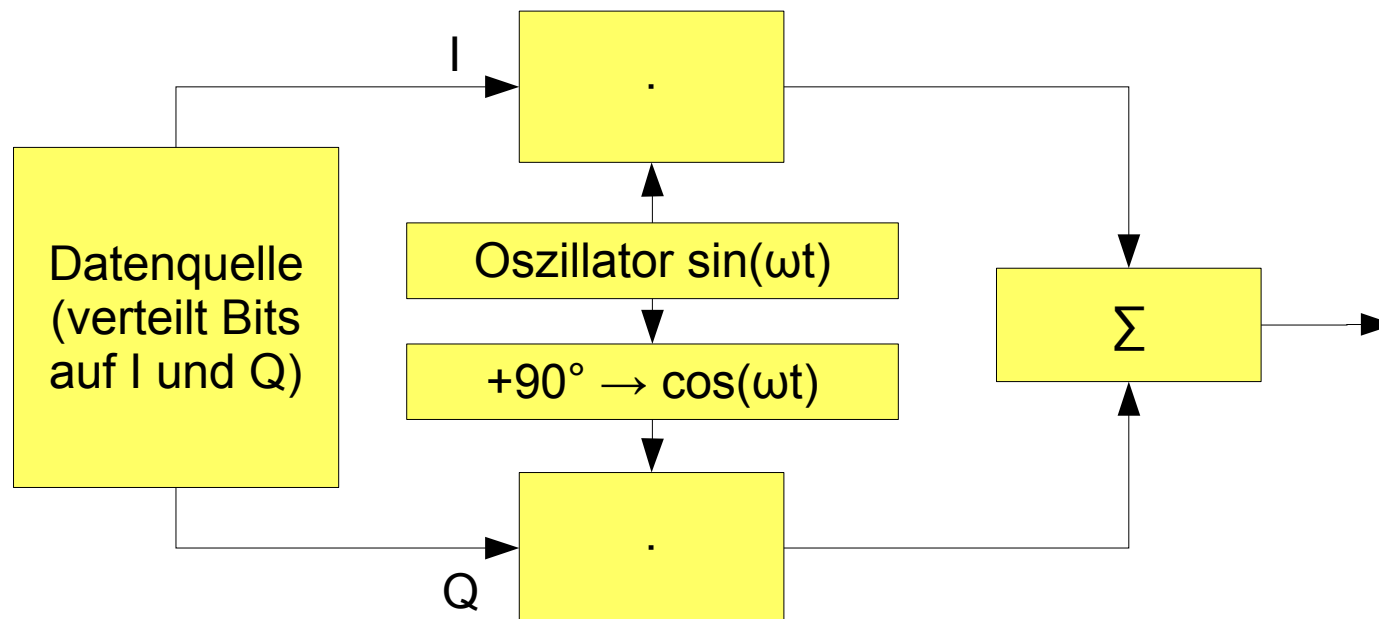


- **Abstand der Punkte ist entscheidend für notwendige Signalqualität**
- **Grey-Coding: Benachbarte Symbole unterscheiden sich in möglichst wenig Bits**
- **Problem bei QAM: Maximale Amplitude wird nur selten benutzt**
- **Zum Verstärken sind lineare Endstufen notwendig**

Praktisch wird also ein Modulator mit folgenden Eigenschaften benötigt:

- Amplitude muß veränderbar sein
- Phase muß veränderbar sein

...und für hohe Symbolraten: beides **trägheitsfrei**...



### Warum funktioniert das Multiplizieren mit sin und cos?

$$A_0 \sin(x) + A_1 \cos(x) = \sqrt{A_0^2 + A_1^2} \cdot \sin\left(x + \arctan\left(\frac{A_1}{A_0}\right)\right)$$

$$I \sin(\omega t) + Q \cos(\omega t) = \sqrt{I^2 + Q^2} \cdot \sin\left(\omega t + \arctan\left(\frac{Q}{I}\right)\right)$$

↑  
Länge des Vektors

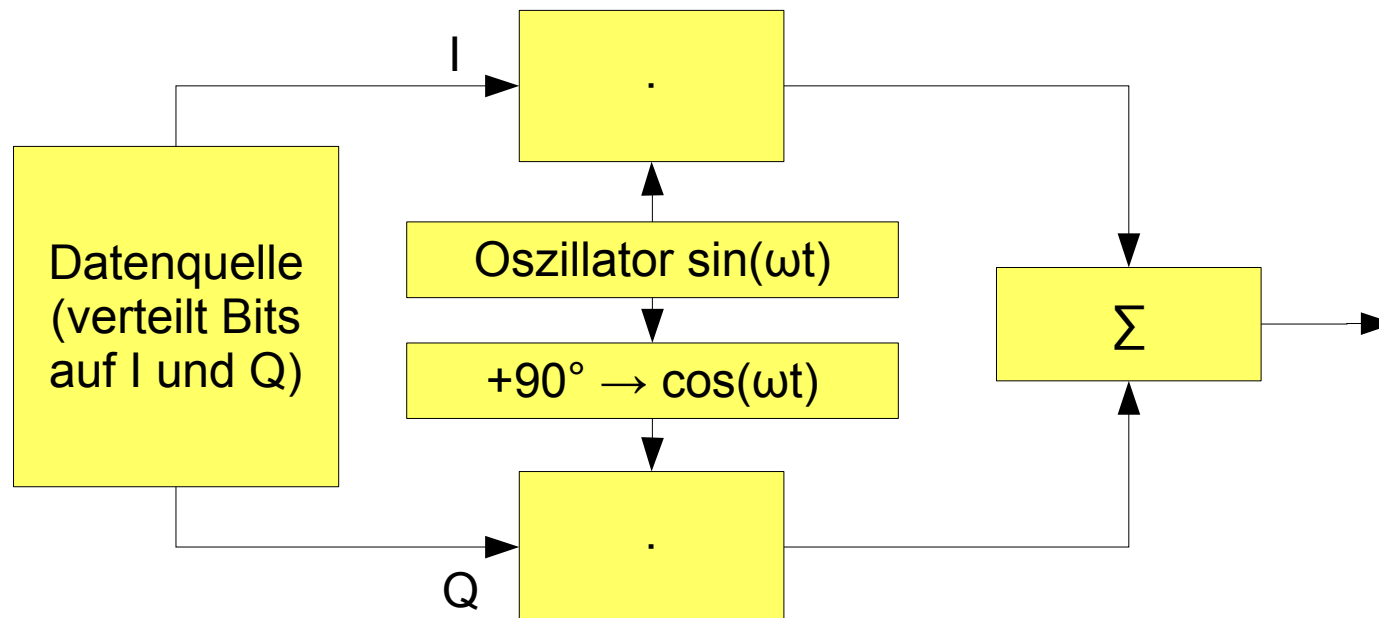
↑  
Steigung des Vektors

$$\omega = 2\pi f$$

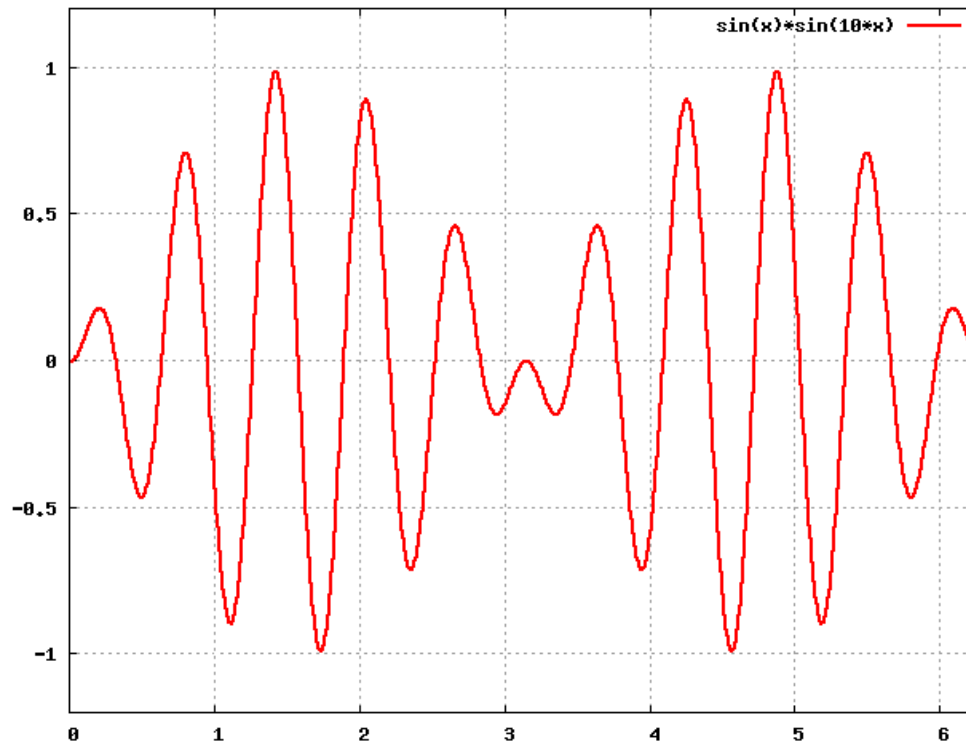
### Qualitätskriterien:

- Oszillator muß sehr frequenzstabil sein
- Phasenrauschen ist absolut tödlich
- Der  $90^\circ$ -Phasenschieber sollte wirklich  $90^\circ$  machen...

...und da das alles nicht einzuhalten ist, muß der Empfänger die Fehler wegrechnen...



**Mit der Datenrate steigt die verbrauchte Bandbreite:**



$$y = \sin(x) \cdot \sin(10x)$$

**Ein Blick in die Formelsammlung zeigt:**

$$\sin(x) \sin(y) = \frac{1}{2} [\cos(x-y) - \cos(x+y)]$$

$$A_0 \sin(\omega_0 t) A_1 \sin(\omega_1 t) = \frac{A_0 A_1}{2} \{ \cos[(\omega_0 - \omega_1)t] - \cos[(\omega_0 + \omega_1)t] \}$$

**Beim Multiplizieren zweier Sinus-Signale ergibt sich ein Signal mit einer durchschnittlichen Amplitude und zwei Frequenz-Komponenten:  
Summe und Differenz der beiden Ursprungs-Frequenzen**



**Warum darf ich das Daten-Signal als Sinus vereinfacht darstellen (und nicht als Rechteck-Signal)?**

**Weil laut Fourier jedes Signal als eine Summe von Sinus-Signalen dargestellt werden kann (wenn man unendlich viel Zeit hat...)**

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t))$$

**Wie viel Datenrate passt in einen Kanal mit bestimmter Breite?**

Shannon-Hartley-Gesetz:  $C_s = B \cdot \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right)$

**Bei 35dB SNR und 2.2MHz Bandbreite sind maximal 17.7MBit/s möglich – vgl. ADSL2+**

**Datenrate: 9600 Bit/s**

**Modulation: QAM-16**

**Symbolrate: 2400 Baud**

**Anzahl Träger: 1**

**Trägerfrequenz: 1800Hz**

**Symboldauer: 416 $\mu$ S**



**Datenrate: 55 MBit/s**

**Modulation: QPSK**

**Symbolrate: 27500 kBaud**

**Anzahl Träger: 1**

**Trägerfrequenz: 11GHz**

**Symboldauer: 36nS**

**Ein Bit ist 11m „lang“, d.h. zwischen Astra  
und hier stehen ca. 700KByte in der Luft**



**Datenrate: 270 kBit/s**

**Modulation: GMSK, 8PSK (EGDE)**

**Symbolrate: 270 kBaud**

**Anzahl Träger: 1**

**Trägerfrequenz: 900MHz**

**Symboldauer: 4 $\mu$ S (3km)**



**Datenrate: 960 kBit/s**

**Modulation: QPSK (CDMA!)**

**Symbolrate: 1920 kBaud**

**Anzahl Träger: 1**

**Trägerfrequenz: 1900MHz**

**Symboldauer: 260nS (78m)**



**Datenrate: 55 MBit/s**

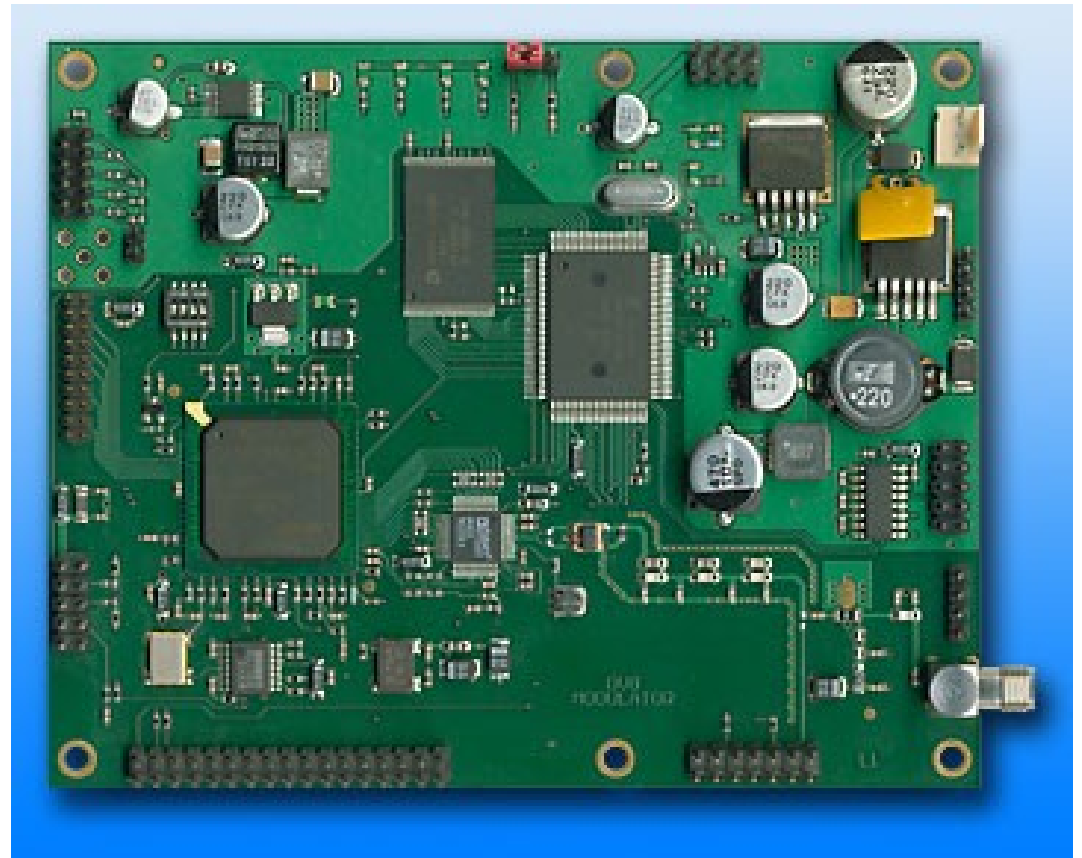
**Modulation: QAM256**

**Symbolrate: 6900 kBaud**

**Anzahl Träger: 1**

**Trägerfrequenz: 500MHz**

**Symboldauer: 144nS**



**Datenrate: 33 MBit/s**

**Modulation: QAM64**

**Symbolrate: 1.1 kBaud**

**Anzahl Träger: 6817**

**Trägerfrequenz: 500MHz**

**Symboldauer: 896 $\mu$ S (269km)**





**Datenrate: 56 MBit/s**

**Modulation: QAM64**

**Symbolrate: 250 kBaud**

**Anzahl Träger: 56**

**Trägerfrequenz: 2400MHz**

**Symboldauer:  $4\mu\text{s}$  (1.2km)**



**Datenrate: 75 MBit/s**

**Modulation: QAM64**

**Symbolrate: 15 kBaud**

**Anzahl Träger: 2048**

**Trägerfrequenz: 3300MHz**

**Symboldauer: 66 $\mu$ S (19.8km)**



**Datenrate: 16 MBit/s**

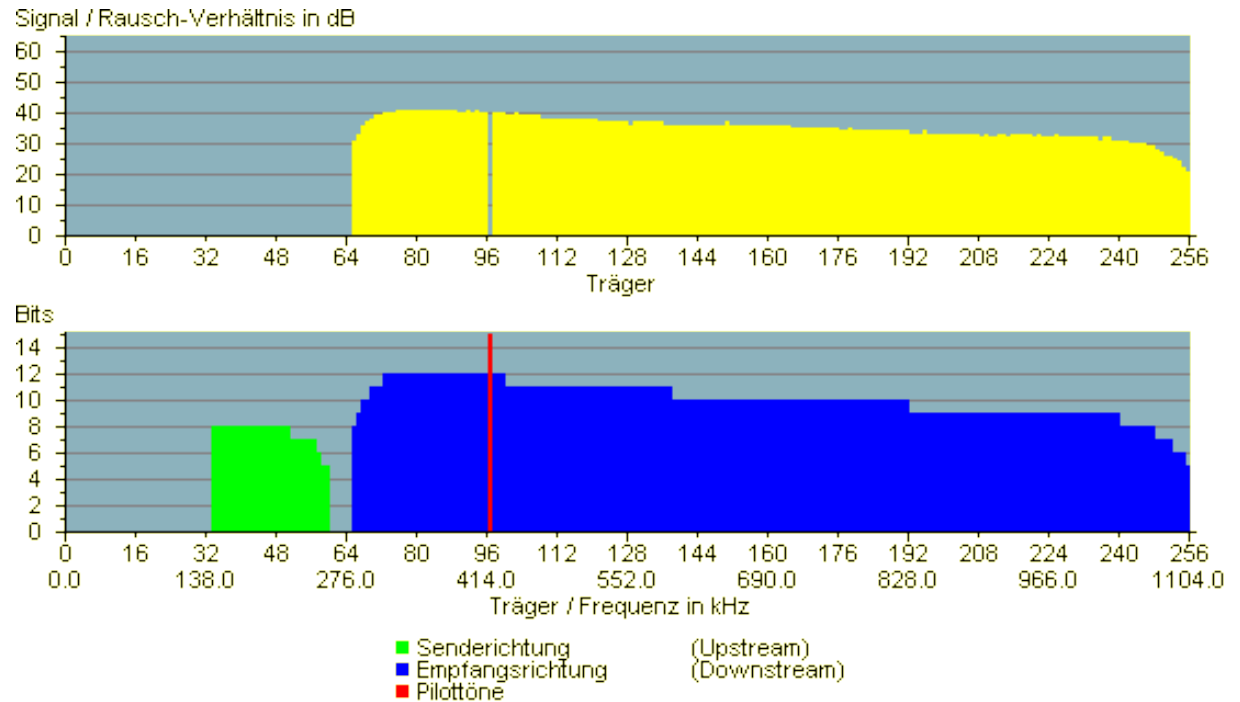
**Modulation: QAM64**

**Symbolrate: 15 kBaud**

**Anzahl Träger: 512**

**Trägerfrequenz: 160Hz**

**Symboldauer: 592µs**



**NO CARRIER**

**Fragen? Anregungen?**